Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK

2023ko OHIKOA

FISIKA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

ORDINARIA 2023

FÍSICA

2023 ikasturtean azterketa egiteko arauak

Proposatutako zortzi ariketa hauetako LAUri erantzun behar diezu

- Proba idatzi honek 8 ariketa ditu
- Ariketak bi multzotan banatuta daude:
  - **A multzoa: lau problema ditu, eta 2 ebatzi behar dituzu**
  - **B multzoa: lau galdera ditu, eta 2ri erantzun behar diezu.**
  - **Jarraibideetan adierazitakoei baino galdera gehiagori erantzunez gero, erantzunak ordenari jarraituta zuzenduko dira, harik eta beharrezko kopurura iritsi arte.**
- Problema bakoitzak 3 puntu balio du. Atal guztiek balio berdina dute. Atal bakoitzaren emaitzak, zuzena zein okerra izan, ez du izango inolako eraginik beste ataletako emaitzen balioespenean.
- Galdera bakoitzak, gehienez, 2 puntu balio du.
- Kalkulagailu zientifikoa erabil daiteke.

Normas para realizar el examen en el curso 2023

Debes reponder a cuatro de los siguientes ocho ejercicios propuestos

- Esta prueba escrita se compone de 8 ejercicios.
- Los ejercicios están distribuidos en dos bloques:
  - **Bloque A: consta de cuatro problemas, debes responder 2 de ellos**
  - **Bloque B: consta de cuatro cuestiones, debes responder 2 de ellas**
  - **En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.**
- Cada problema tiene un valor de 3 puntos. Todos los apartados tienen igual valor. El resultado, correcto o incorrecto, de cada apartado no influirá en la valoració de los restantes.
- Cada cuestión se valora en un máximo de 2 puntos.
- Puede utilizarse calculadora cientifica

A MULTZOA: Problemak

(Lau problema ditu, **2 ebatzi behar dituzu**)

1. Io da Jupiter planetatik gertuen dagoen satelitea; haren erradioa $R_{Io} = 1{,}82 \times 10^6$ m da eta masa, berriz, $M_{Io} = 8{,}94 \times 10^{22}$ kg. Io satelitearen gainazaletik suziri bat jaurti da, eta lortu duen altuera maximoa hau da: $h = (9/7)R_{Io}$. Lortu honako hauek:

   a) Suziriaren jaurtitze-abiadura, aipatutako altuera maximoa lortzeko.
   b) Grabitate-azelerazioaren balioa honako bi puntu hauetan: Io satelitearen gainazalean, eta suziriak lortu duen altuera maximoan.
   c) Demagun suziriak lortu duen altuera maximoan orbita zirkularrean biraka dagoela suziria. Zein da errotazio-periodo orbitala?

   Datuak:

   $$G = 6{,}6710^{-11}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$$

2. Hiru karga elektriko puntual $l = 2$ m aldeko lauki baten erpinetan kokatu ditugu: haietako 2, q karga positibokoak, $(2{,}0)$ eta $(0{,}2)$ puntuetan; eta, hirugarrena, aldiz, $-2q$ karga negatibokoa, $(0{,}0)$ puntuan. Kargaren balioa hau da: $q = 1 \times 10^{-6}$ C.

   a) Lortu eremu elektriko erresultantea eta puntuan dagoen potentzial elektrikoa (2,2) .
   b) Kalkulatu zer lan egin behar den q karga negatiboa $(2{,}2)$ laukiaren erpinetik laukiaren zentrora, $(1{,}1)$ puntura, eramateko.
   Datuak:
   $K = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2C^{-2}}$

3.

   a) Leiar konbergente baten aurrean objektu bat kokatuko dugu, sorraraziko duen irudiaren ezaugarriak honako hauek izateko: irudi birtuala, zuzena eta objektuaren tamaina baino hiru aldiz handiagoa; zer distantziatara kokatu behar da objektua leiarretik? Leiarraren foku-distantzia $0{,}50$ m da, eta, objektuaren tamaina, 1 cm.
   b) Egin izpien diagrama, eta identifikatu, bertan,leiarraren elementu nagusiak, objektua eta eratutako irudia, bai eta zer posiziotan kokatu behar diren ere.
   c) Demagun objektu bera kokatu dela, orain, leiarraren fokua dagoen puntutik leiarraren foku-distantziaren distantzia berdinera:
      - zer ezaugarri ditu eratu den irudi berriak?

- egin izpien diagrama, b) atalean egin behar izan duzun moduan.

4. $f = 5 \times 10^{14}$ Hz maiztasuneko argi izpi bat $n_0 = 1$ errefrakzio-indizeko ingurune batean zehar hedatuz doa.

   a) Kalkulatu zer uhin-luzera duen argi izpiak ingurune horretan.
   b) Demagun beste ingurune batean zehar hedatuko dela izpia; ingurunearen errefrakzio-indizea $n_1 = 1{,}36$ da. Hori horrela, zein dira izpiaren maiztasunaren eta uhin-luzeraren balioak?

B MULTZOA: Galderak

(Lau galdera ditu, **biri erantzun behar diezu**)

B.1.- Uhin-higidura dimentsio batean. Ekuazioa. Magnitudeen definizioa. Hedapen-abiadura. Zeharkako uhinak eta luzetarako uhinak bereiztea. Adibideak.

B.2- Indar-eremu kontserbakorrak eta ez-kontserbakorrak. Energia potentzial grabitatorioa. Masa puntual (edo esferiko) baten potentzial grabitatorioa. Energia mekaniko osoa. Energiaren kontserbazioaren printzipioa**.**

B.3.- Faraday-ren eta Lenz-en legea indukzio elektromagnetikorako. Indar elektroeragile induzituaren balioa. Korrontearen noranzkoa.

B.4.- Fisio nuklearra. Deskribapena eta adibideak. Bonbak eta zentral nuklearrak. Masa-galera. Einstein-en ekuazioa askatutako energiarako.

BLOQUE A: Problemas

1. El satélite más cercano a Júpiter, Io, tiene un radio $R_{Io} = 1.82 \times 10^6 m$, y su masa es $M_{Io} = 8.94 \times 10^{22} kg$. Si se lanza desde su superficie un cohete que alcanza una altura máxima $h = (9/7)R_{Io}$, determina:

   a) la velocidad inicial con la que se ha lanzado el cohete para alcanzar dicha altura.
   b) el valor de la aceleración de la gravedad sobre la superficie de Io, y en el punto más alto que alcanza el cohete.

c) ¿Cuál sería el periodo de rotación orbital del cohete a dicha altura, si permaneciese en el punto más alto describiendo una trayectoria circular?

Datos:

$G = 6{,}6710^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$

2. Tres cargas eléctricas puntuales se encuentran situadas en los vértices de un cuadrado de lado $I = 2m$, dos de ellas con carga positiva q colocadas en los puntos $(2{,}0)$ y $(0{,}2)$, respectivamente, mientras que la tercera carga negativa tiene un valor $-2q$ y se encuentra situada en el origen $(0{,}0)$, siendo $q = 1 \times 10^{-6} C$.

a) Determina el campo eléctrico resultante y el potencial eléctrico en el punto $(2{,}2)$.

b) Calcula el trabajo que debe realizarse para trasladar una carga negativa $-q$ desde el vértice del cuadrado en el punto $(2{,}2)$, hasta el centro, en el punto de coordenadas $(1{,}1)$.

Datos:

$K = 9 \cdot 10^9 Nm^2 C^{-2}$

3.

a) Calcula la distancia a la que debe colocarse un objeto delante de una lente convergente cuya distancia focal es de $0.50m$, para que se forme una imagen virtual, derecha y tres veces mayor que un objeto de $1cm$ de altura.

b) Realiza el trazado de rayos correspondiente, identificando los elementos principales de la lente, el objeto y la imagen formada, así como las posiciones en las que deben situarse.

c) Supongamos que se coloca el mismo objeto a una distancia igual a la distancia focal de la lente, desde el punto en el que está el foco de la lente:

- ¿cuáles son las características de la nueva imagen formada?
- Realiza el trazado de rayos correspondiente, como en el apartado b)

4. Un rayo de luz de frecuencia $f = 5 \times 10^{14} Hz$ se propaga por un medio que tiene un índice de refracción $n_0 = 1$.

a) Calcula su longitud de onda en dicho medio.

b) ¿Cuáles serán los valores de la frecuencia y de la longitud de onda del rayo, si el nuevo medio por el que se propaga tiene un índice de refracción $n_1 = 1.36$?

BLOQUE B: Cuestiones

B.1.- Movimiento ondulatorio en una dimensión. Ecuación. Definición de las magnitudes. Velocidad de propagación . Distinción entre ondas transversales y ondas longitudinales. Ejemplos**.**

B.2.- Campos de fuerza conservativos y no conservativos. Energía potencial gravitatoria. Potencial gravitatorio de una masa puntual (o esférica). Energía mecánica total. Principio de conservación de la energía

B.3.-Ley de Faraday y Lenz para la inducción electromagnética. Valor de la fuerza electromotriz inducida. Sentido de la corriente.

B.4.-Fisión nuclear. Descripción y ejemplos. Bombas y centrales nucleares. Pérdida de masa. Ecuación de Einstein para la energía desprendida.

FISIKA. OHIKO DEIALDIA (2023). PROBLEMAK

A MULTZOA: PROBLEMAK

1.

a) Energia mekanikoaren kontserbazioaren printzipiotik abiatuta, honako hau izango dugu:

$$E_M^i = E_C^i + E_P^i = E_M^f = E_P^f(v_{hmax} = 0) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + \left(-G\frac{mM_{Io}}{R_{Io}}\right) = -G\frac{mM_{Io}}{\left(\frac{9}{7}R_{Io} + R_{Io}\right)} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{9}{16}G\frac{mM_{Io}}{R_{Io}}$$

$$v_i = \frac{3}{2}\sqrt{G\frac{M_{Io}}{2R_{Io}}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}\times 8{,}94\cdot10^{22}\,\mathrm{kg}}{2\times1{,}82\times10^6\,\mathrm{m}}} = 1{,}92\times10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) Ioko gainazalaren gaineko grabitate-azelerazioaren balioa honako hau da:

$$g_{Io} = \frac{GM_{Io}}{R_{Io}^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}\times 8{,}94\cdot10^{22}\,\mathrm{kg}}{(1.82\cdot10^6\,\mathrm{m})^2} = 1{,}8\,\mathrm{m/s^2}$$

eta lortutako altuera maximoko puntuko grabitate-azelerazioa, honako hau:

$$g_{\mathrm{Max}} = \frac{GM_{Io}}{\left(\frac{9}{7}R_{Io} + R_{Io}\right)^2} = \left(\frac{7}{16}\right)^2\frac{GM_{Io}}{R_{Io}^2}$$

$$\left(\frac{7}{16}\right)^2 g_{Io} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}\times 8{,}94\cdot10^{22}\mathrm{kg}}{\left(\frac{16}{7}\times1{,}82\cdot10^6\,\mathrm{m}\right)^2} = 0{,}34\,\mathrm{m/s^2}$$

c) Lortutako altuera maximoan, $h = 9/7\,R_{\mathrm{Io}}$, orbita zirkularrean orbitatzen dagoela suziria, dagokion errotazio-periodoa.

Horretarako, suziriaren orbitako abiadura lortu behar da, Ioko zentrorainoko distantziaren funtzioan.

$$F_C = F_G \Rightarrow m\frac{v_{\mathrm{orb}}^2}{h_{Max}} = G\frac{mM_{Io}}{h_{Max}^2} \Rightarrow$$

$$v_{\text{orb}} = \sqrt{\frac{GM_{Io}}{h_{Max}}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \times 8{,}94 \cdot 10^{22}\text{kg}}{\frac{16}{7} \times 1{,}82 \cdot 10^6\ m}}$$

$$1{,}2 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \left(1197{,}25 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

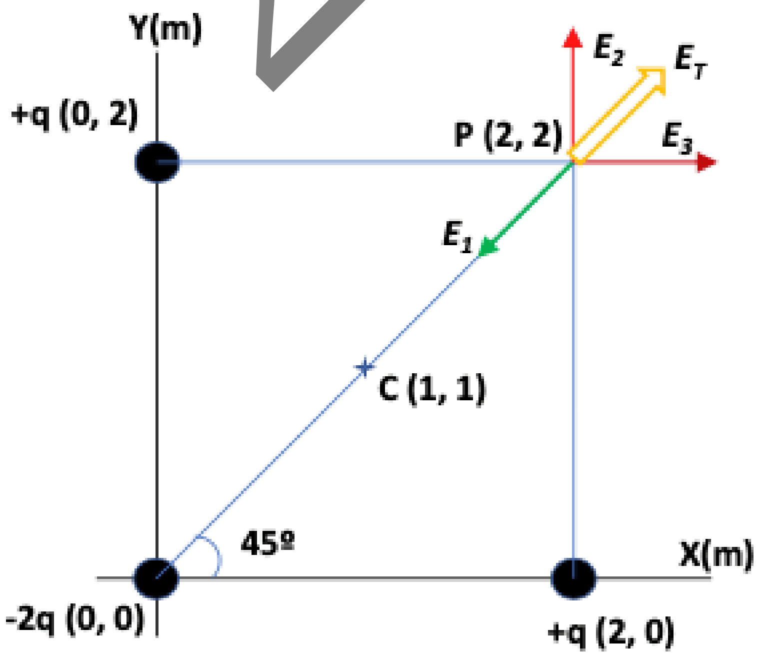
Eta, beraz, distantzia horretara dagoela suziria, dagokion errotazio-periodoa honako hau da:

$$v_{orb} = \frac{2\pi\left(\frac{16}{7}R_{Io}\right)}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi\left(\frac{16}{7}R_{Io}\right)}{\sqrt{\frac{G \cdot M_{Io}}{\left(\frac{16}{7}R_{Io}\right)}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\left(\frac{16}{7}R_{Io}\right)^3}{G \cdot M_{Io}}}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{16^3 \times (1{,}82 \cdot 10^6)^3 \text{m}^3}{7^3 \times 6{,}67 \cdot 10^{-11}\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \times 8{,}94 \cdot 10^{22}\text{kg}}} = 21831{,}7\text{s} = 2{,}18 \times 10^4\text{s}$$

2.

a) Eremu elektrikoak, $(2{,}2)$ koordenatuko P puntuan, hiru kargez osatutako karga-sistemaren eraginez, honako eskemari segituko dio:



Eremu elektriko erresultantea, P puntuan, honako hau da:

$$\overrightarrow{E_T^P} = \overrightarrow{E_1^P} + \overrightarrow{E_2^P} + \overrightarrow{E_3^P}$$

Adierazpen horretan, honako hauek dira $\overrightarrow{E_1^P}$, $\overrightarrow{E_2^P}$ eta $\overrightarrow{E_3^P}$:

$$\overrightarrow{E_1^P} = -K\frac{2q}{d_1^2}(cos(45)\vec{\imath} + sin(45)\vec{\jmath})\frac{N}{C}$$

$$\overrightarrow{E_2^P} = K\frac{q}{d_2^2}\vec{\jmath}\frac{N}{C}$$

$$\overrightarrow{E_3^P} = K\frac{q}{d_3^2}\vec{\imath}\frac{N}{C} = K\frac{q}{d_2^2}\vec{\imath}\frac{N}{C}$$

Hortaz, P puntuko eremu elektrikoko bektorea honako hau da:

$$\overrightarrow{E_T^P} = Kq\left[\left(\frac{1}{d_3^2}\frac{-2}{d_1^2}cos(45)\right)\vec{\imath} + \left(\frac{1}{d_2^2} - \frac{2}{d_1^2}sin(45)\right)\vec{\jmath}\right]$$

$$9\cdot 10^9\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{C}^{-2}\times 10^{-6}\mathrm{C}\left[\left(\frac{1}{2^2} - \frac{2}{\left(2\sqrt{2}\right)^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\vec{\imath} + \left(\frac{1}{2^2} - \frac{2}{\left(2\sqrt{2}\right)^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\vec{\jmath}\right]\mathrm{m}^{-2}$$

$$\frac{9\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)}{4\sqrt{2}}(\vec{\imath} + \vec{\jmath})\cdot 10^3\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = 6{,}6\cdot 10^2(\vec{\imath} + \vec{\jmath})\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

Eta, puntu berean, eremu elektrikoaren modulua honako hau:

$$\left|\overrightarrow{E_T^P}\right| = \frac{9\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)}{4}\cdot 10^3\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = 9{,}32\cdot 10^2\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

Potentzial elektrostatikoa:

$$V_1^P + V_2^P + V_3^P = K\frac{q_1}{d_1} + K\frac{q_2}{d_2} + K\frac{q_3}{d_3}$$
$$= 9\cdot 10^9 N\cdot\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{C}^{-2}\times 10^{-6}\mathrm{C}\left(\frac{-2}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)\mathrm{m}^{-1}$$

$$V_1^P + V_2^P + V_3^P = \frac{9\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}}\cdot 10^3\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{c}} = 2{,}64\cdot 10^3\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = 2{,}64\cdot 10^3\ \mathrm{V};\ (\ \mathrm{edo}\text{: } 2636{,}04\ V)$$

b) Eskatutako lana kalkulatzeko, lehenik eta behin, $(1{,}1)$ koordenatuko C puntuan karga-sistemak eragindako potentzial elektrostatikoa ezagutu behar da:

$$V_C = V_1^C + V_2^C + V_3^C = K\frac{q_1}{d_{1c}} + K\frac{q_2}{d_{2c}} + K\frac{q_3}{d_{3c}} = K\left(\frac{-2q}{d_c} + \frac{q}{d_c} + \frac{q}{d_c}\right) = 0\ \mathrm{V}$$

Beraz, P eta C puntuen arteko $-q$ kargaren energia potentzial elektrostatikoaren diferentzia honako hau da:

$$\Delta E_{PP}^C = E_P^C - E_P^P = -q \cdot V_C - (-q \cdot V_P) = -10^{-6}C \cdot (0V - 2.64 \cdot 10^3\ \mathrm{V}) = 2{,}64 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{J}$$

Eta aipatutako puntuen artean $-q$ karga garraiatzeko egin beharreko lana hau da:

$$W_{P\to C} = -\Delta E_P^P = E_P^P - E_P^C = -q \cdot (V_P - V_C) = -1 \cdot 10^{-6}C \times (2{,}64 \cdot 10^3\ \mathrm{V} - 0\ \mathrm{V}) = -2{,}64 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{J}$$

Negatiboa da lortutako lanaren zeinua; hortaz, karga-sistemak eragindako eremu elektrikoaren kontrako kanpo-indarrek egindako lana da.

3.

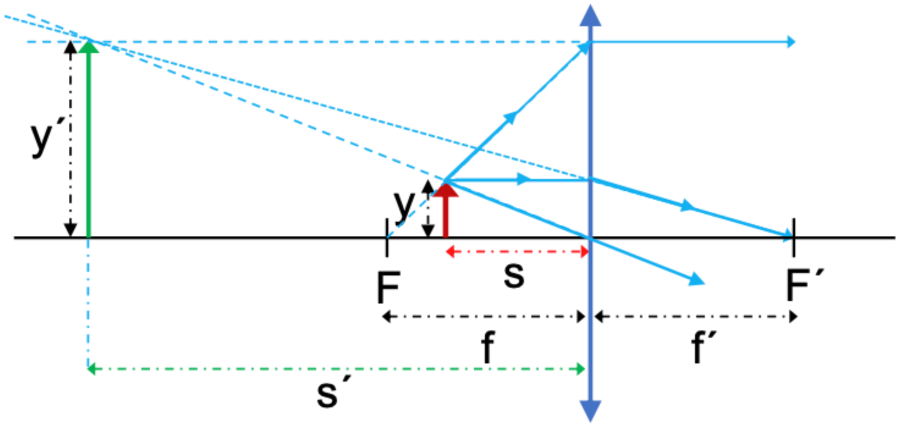
a) Leiar konbergentearen kasuan, positiboa da foku-irudia: $(f' > 0)$. Aldeko handipenaren erlaziotik abiatuta, eta kontuan izanik irudia birtuala, $(s' < 0)$, zuzena eta objektua baino hiru aldiz handiagoa izango dela, irudiaren (s') eta objektuaren (s) posizioen arteko erlazioa lor dezakegu. Hau izango da:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}; y' = 3y \Rightarrow s' = 3s; y = 0.01m \Rightarrow y' = 0{,}03\ \mathrm{m}$$

Eta, leiar meheen oinarrizko ekuazioaren arabera, leiar konbergente honen kasuan honako hau lortuko dugu:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{3s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \frac{-2f'}{3} = \frac{-2 \times 0{,}5\ \mathrm{m}}{3} = -0{,}33\ \mathrm{m} \Rightarrow s' = 3\,s = -0{,}99\ \mathrm{m}$$

b) Beheko eskeman adierazi dugu izpien diagrama:



Leiarra konbergentea denez eta, hortaz, eratutako irudia birtuala eta zuzena denez, fokalaren eta leiarraren artean dago objektua: $(s = -0{,}33\ m < f = -0{,}5\ \mathrm{m})$. Gainera, lortutako irudiaren tamaina objektuarena baino hiru aldiz handiagoa denez, objektuaren eta leiarraren arteko distantzia baino distantzia hiru aldiz handiagoan, $(s' = -0\ 99\ \mathrm{m})$, eratuko da irudia, leiarraren ezkerretara, irudian adierazi dugunez.

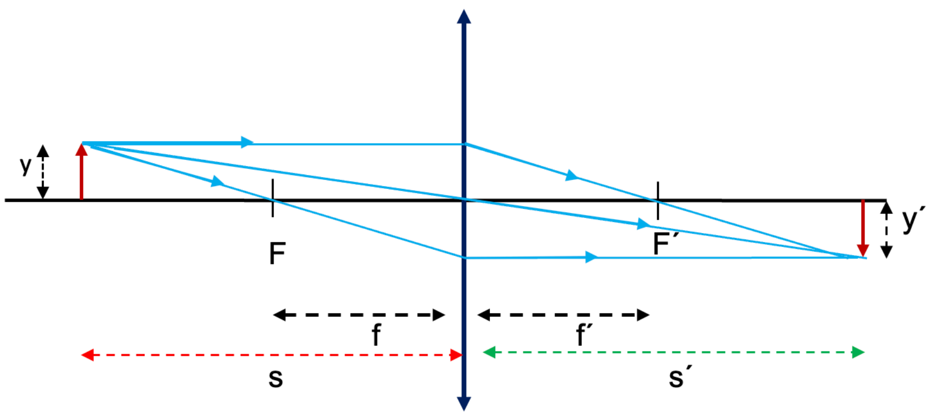
c) Eta, leiar meheen oinarrizko ekuazioaren arabera, leiar konbergente honen kasuan hau lortuko dugu:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-1m} = \frac{1}{0{,}5m} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{0{,}5m} - \frac{1}{1m} \Rightarrow s' = 1\ \mathrm{m}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{0{,}01m} = \frac{-1m}{1m} \Rightarrow y' = 0{,}01\ \mathrm{m}$$

Irudia erreala da, alderantzikatua eta objektuaren tamaina berekoa

Beheko eskeman adierazi dugu izpien diagrama:



4.

a) Izpiaren uhin-luzera, lehenengo ingurunean ($n_0 = 1$) hedatuz doala, honako hau da:

$$n_0 = 1 \Rightarrow c = \lambda_0 \cdot f_0 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 6 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

Ingurunez aldatutakoan, maiztasuna ez da aldatuko, beraz:

$$f_1 = f_0 = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b) Izpiaren hedatze-abiadura, bigarren ingurunean, honako hau da:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_1 \cdot f_0 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{c}{n_1 \cdot f_0} = \frac{\lambda_0}{n_1} = \frac{6 \cdot 10^{-7}\text{m}}{1{,}36} = 4{,}41 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

FÍSICA. CONVOCATORIA ORDINARIA (2023). RESOLUCIONES

BLOQUE A: PROBLEMAS

1.

a) A partir del principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_M^i = E_C^i + E_P^i = E_M^f = E_P^f(v_{hmax} = 0) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + \left(-G\frac{mM_{Io}}{R_{Io}}\right) = -G\frac{mM_{Io}}{\left(\frac{9}{7}R_{Io} + R_{Io}\right)} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{9}{16}G\frac{mM_{Io}}{R_{Io}}$$

$$v_i = \frac{3}{2}\sqrt{G\frac{M_{Io}}{2R_{Io}}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{6.67\cdot 10^{-11}N\cdot m^2\cdot kg^{-2}\times 8.94\cdot 10^{22}kg}{2\times 1.82\times 10^6 m}} = 1.92\times 10^3\,\frac{m}{s}$$

b) el valor de la gravedad sobre la superficie de Io:

$$g_{Io} = \frac{GM_{Io}}{R_{Io}^2} = \frac{6.67\cdot 10^{-11}N\cdot m^2\cdot kg^{-2}\times 8.94\cdot 10^{22}kg}{(1.82\cdot 10^6 m)^2} = 1.8\,m/s^2$$

y el valor de la gravedad en el punto de máxima altura alcanzada:

$$g_{\text{Max}} = \frac{GM_{Io}}{\left(\frac{9}{7}R_{Io} + R_{Io}\right)^2} = \left(\frac{7}{16}\right)^2\frac{GM_{Io}}{R_{Io}^2}$$

$$\left(\frac{7}{16}\right)^2 g_{Io} = \frac{6.67\cdot 10^{-11}N\cdot m^2\cdot kg^{-2}\times 8.94\cdot 10^{22}kg}{\left(\frac{16}{7}\times 1.82\cdot 10^6 m\right)^2} = 0.34\,m/s^2$$

c) el período de rotación orbital en el punto de máxima altura alcanzada, $h = 9/7\,R_{\text{Io}}$:

Se necesita determinar la velocidad orbital del cohete, en función de la distancia al centro de Io:

$$F_C = F_G \Rightarrow m\frac{v_{\text{orb}}^2}{h_{Max}} = G\frac{mM_{Io}}{h_{Max}^2} \Rightarrow$$

$$v_{\text{orb}} = \sqrt{\frac{GM_{Io}}{h_{Max}}} = \sqrt{\frac{6.67\cdot 10^{-11}N\cdot m^2\cdot kg^{-2}\times 8.94\cdot 10^{22}kg}{\frac{16}{7}\times 1.82\cdot 10^6 m}}$$

$$1.2\cdot 10^3\frac{m}{s};\left(1197.25\frac{m}{s}\right)$$

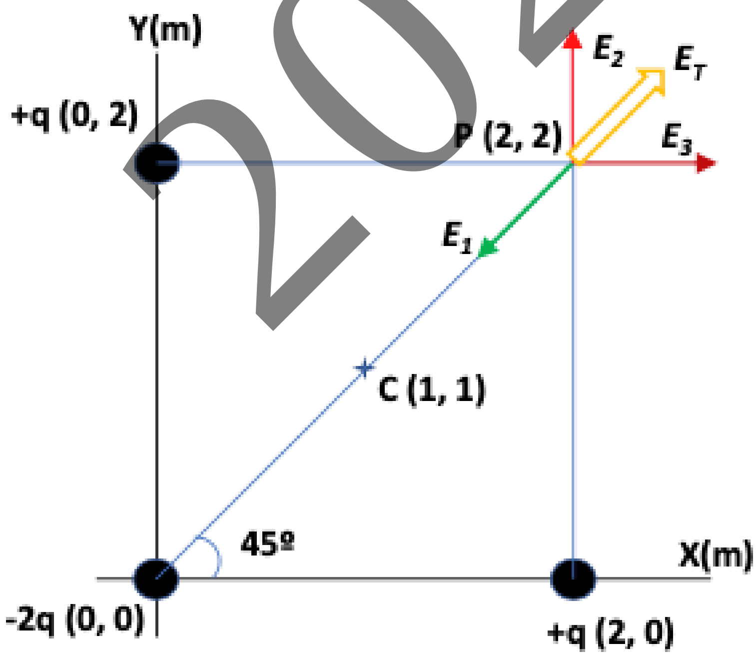
y el período de rotación orbital a dicha distancia será entonces:

$$v_{orb}=\frac{2\pi\left(\frac{16}{7}R_{Io}\right)}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi\left(\frac{16}{7}R_{Io}\right)}{\sqrt{\frac{G\cdot M_{Io}}{\left(\frac{16}{7}R_{Io}\right)}}}=2\pi\sqrt{\frac{\left(\frac{16}{7}R_{Io}\right)^3}{G\cdot M_{Io}}}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{16^3\times(1.82\cdot 10^6)^3m^3}{7^3\times 6.67\cdot 10^{-11}N\cdot m^2\cdot kg^{-2}\times 8.94\cdot 10^{22}kg}}=21831.7s=2.18\times 10^4 s$$

2.

a) El campo eléctrico en el punto P de coordenadas $(2{,}2)$, debido al sistema de las tres cargas puntuales será, según se muestra en el siguiente esquema:



El campo eléctrico resultante en el punto P:

$$\overrightarrow{E_T^P}=\overrightarrow{E_1^P}+\overrightarrow{E_2^P}+\overrightarrow{E_3^P}$$

Siendo:

$$\overrightarrow{E_1^P} = -K\frac{2q}{d_1^2}(cos(45)\vec{\imath} + sen(45)\vec{\jmath})\frac{N}{C}$$

$$\overrightarrow{E_2^P} = K\frac{q}{d_2^2}\vec{\jmath}\frac{N}{C}$$

$$\overrightarrow{E_3^P} = K\frac{q}{d_3^2}\vec{\imath}\frac{N}{C} = K\frac{q}{d_2^2}\vec{\imath}\frac{N}{C}$$

Luego el vector campo eléctrico en P:

$$\overrightarrow{E_T^P} = Kq\left[\left(\frac{1}{d_3^2}\frac{-2}{d_1^2}cos(45)\right)\vec{\imath} + \left(\frac{1}{d_2^2} - \frac{2}{d_1^2}sen(45)\right)\vec{\jmath}\right]$$

$$9\cdot 10^9 N\cdot m^2\cdot C^{-2}\times 10^{-6}C\left[\left(\frac{1}{2^2} - \frac{2}{\left(2\sqrt{2}\right)^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\vec{\imath} + \left(\frac{1}{2^2} - \frac{2}{\left(2\sqrt{2}\right)^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\vec{\jmath}\right]m^{-2}$$

$$\frac{9\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)}{4\sqrt{2}}(\vec{\imath}+\vec{\jmath})\cdot 10^3\frac{N}{C} = 6.6\cdot 10^2(\vec{\imath}+\vec{\jmath})\frac{N}{C}$$

Y el módulo del campo eléctrico en P:

$$\left|\overrightarrow{E_T^P}\right| = \frac{9\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)}{4}\cdot 10^3\frac{N}{C} = 9.32\cdot 10^2\frac{N}{C}$$

El potencial electrostático en el punto P, debido al sistema de las tres cargas puntuales:

$$V_P = V_1^P + V_2^P + V_3^P = K\frac{q_1}{d_1} + K\frac{q_2}{d_2} + K\frac{q_3}{d_3}$$
$$= 9\cdot 10^9 N\cdot m^2\cdot C^{-2}\times 10^{-6}C\left(\frac{-2}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)m^{-1}$$

$$\frac{9\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}}\cdot 10^3\frac{J}{c} = 2.64\cdot 10^3\frac{J}{C} = 2.64\cdot 10^3 V;\ (\text{ ó también: } 2636.04V)$$

b) Para calcular el trabajo solicitado, antes se necesita conocer el potencial electrostático debido al sistema de cargas puntuales en el centro de la distribución, en el punto C de coordenadas $(1{,}1)$:

$$V_C = V_1^C + V_2^C + V_3^C = K\frac{q_1}{d_{1c}} + K\frac{q_2}{d_{2c}} + K\frac{q_3}{d_{3c}} = K\left(\frac{-2q}{d_c} + \frac{q}{d_c} + \frac{q}{d_c}\right) = 0V$$

Por lo tanto, la diferencia de energía potencial electrostática entre los puntos P y C para la carga -q:

$$\Delta E_{PP}^C = E_P^C - E_P^P = -q\cdot V_C - (-q\cdot V_P) = -10^{-6}C\cdot(0V - 2.64\cdot 10^3 V)$$
$$= 2.64\cdot 10^{-3}J$$

Y el trabajo realizado para trasladar la carga negativa $-q$, desde P hasta C será:

$$W_{P\to C} = -\Delta E_P^P = E_P^P - E_P^C = -q \cdot (V_P - V_C) = -1 \cdot 10^{-6}C \times (2.64 \cdot 10^3 V - 0V) = -2.64 \cdot 10^{-3} J$$

El trabajo para trasladar la carga $-q$ desde el punto P hasta C tiene signo negativo, luego es un trabajo realizado por fuerzas externas en contra del campo eléctrico del sistema de cargas.

3.

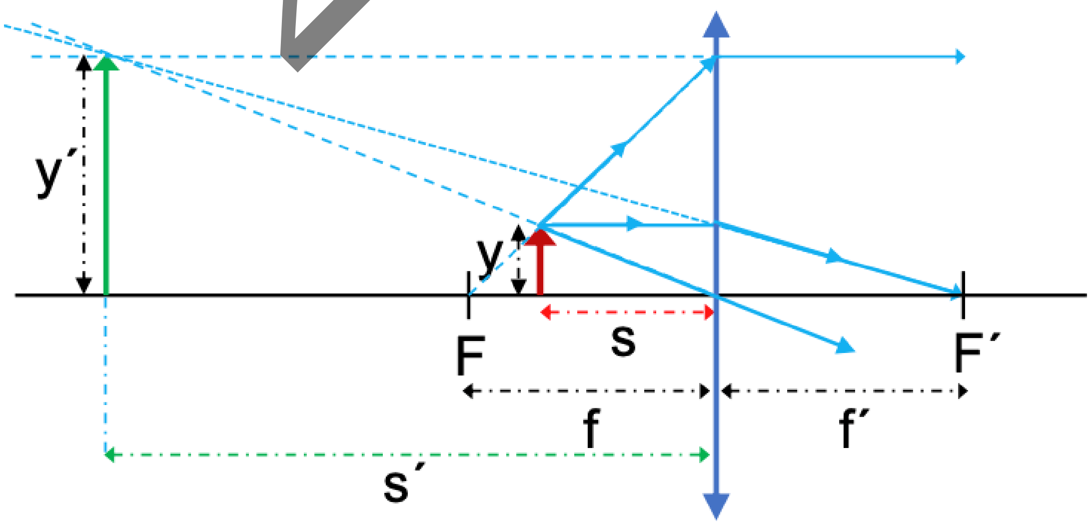
a) Para una lente convergente la focal imagen es positiva $(f' > 0)$. A partir de la relación del aumento lateral, y dado que la imagen será virtual $(s' < 0)$, derecha y tendrá el triple de tamaño que el del objeto, se puede obtener la relación entre la posición de la imagen (s') y la del objeto (s):

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}; y' = 3y \Rightarrow s' = 3s; y = 0.01m \Rightarrow y' = 0.03m$$

Y mediante la ecuación fundamental de las lentes delgadas, para esta lente convergente se obtiene en este caso:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{3s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \frac{-2f'}{3} = \frac{-2 \times 0.5m}{3} = -0.33m \Rightarrow s' = 3s = -0.99m$$

b) El trazado de rayos correspondiente se representa en el siguiente esquema:



Dado que la lente es convergente y que la imagen formada debe ser virtual y derecha, el objeto está situado entre la focal y la lente $(s = -0.33m < f = -0.5m)$. Además, la imagen tiene un tamaño tres veces mayor que el objeto y por tanto se formará en un punto del eje situado a una distancia tres veces superior a la del objeto de la lente $(s' = -0.99m)$, hacia la izquierda de ésta, según se representa en la figura.

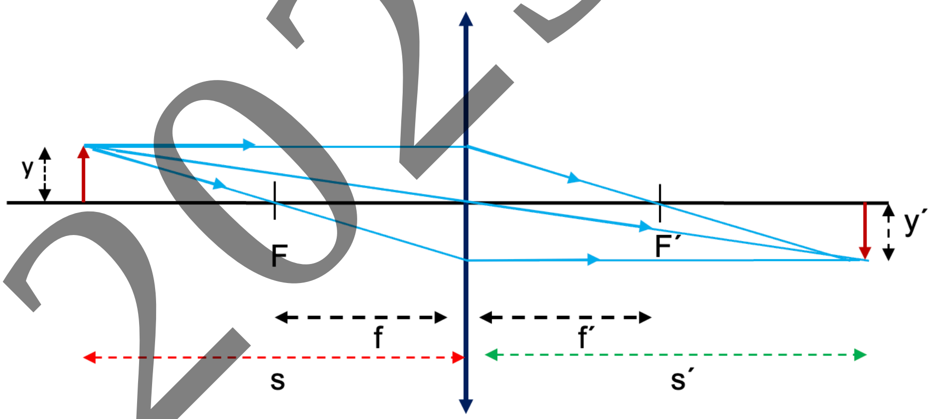
c) Mediante la ecuación fundamental de las lentes delgadas, para esta lente convergente se obtiene en este caso:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-1m} = \frac{1}{0{,}5m} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{0{,}5m} - \frac{1}{1m} \Rightarrow s' = 1m$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{0{,}01m} = \frac{-1m}{1m} \Rightarrow y' = 0{,}01m$$

Imagen real e invertida y del mismo tamaño que el objeto

El trazado de rayos correspondiente se representa en el siguiente esquema



4.

a) La longitud de onda del rayo, cuando se propaga por el medio de índice de refracción $n_0 = 1$:

$$n_0 = 1 \Rightarrow c = \lambda_0 \cdot f_0 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}}{5 \cdot 10^{14} Hz} = 6 \cdot 10^{-7} m$$

Al cambiar de medio, la frecuencia no se modifica, luego:

$$f_1 = f_0 = 5 \cdot 10^{14} Hz$$

b) La velocidad de propagación del rayo en el segundo medio será:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_1 \cdot f_0 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{c}{n_1 \cdot f_0} = \frac{\lambda_0}{n_1} = \frac{6 \cdot 10^{-7} m}{1.36} = 4.41 \cdot 10^{-7} m$$